

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**E-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.  
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **11 maja 2022 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**



Uprawnienia zdającego do:

- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- dostosowania zasad oceniania
- dostosowania w zw. z dyskalkulią.



EMAP-R0-**100**-2205

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
6. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

#### Zadanie 1. (0–1)

Liczba  $\log_3 \sqrt{27} - \log_{27} \sqrt{3}$  jest równa

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{11}{12}$                       D. 3

#### Zadanie 2. (0–1)

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{x^3-8}{x-2}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 2$ .

Wartość pochodnej tej funkcji dla argumentu  $x = \frac{1}{2}$  jest równa

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{9}{4}$                       C. 3                      D.  $\frac{54}{8}$

#### Zadanie 3. (0–1)

Jeżeli  $\cos \beta = -\frac{1}{3}$  i  $\beta \in \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ , to wartość wyrażenia  $\sin\left(\beta - \frac{1}{3}\pi\right)$  jest równa

- A.  $\frac{-2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$                       B.  $\frac{2\sqrt{6}+1}{6}$                       C.  $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$                       D.  $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$

#### Zadanie 4. (0–1)

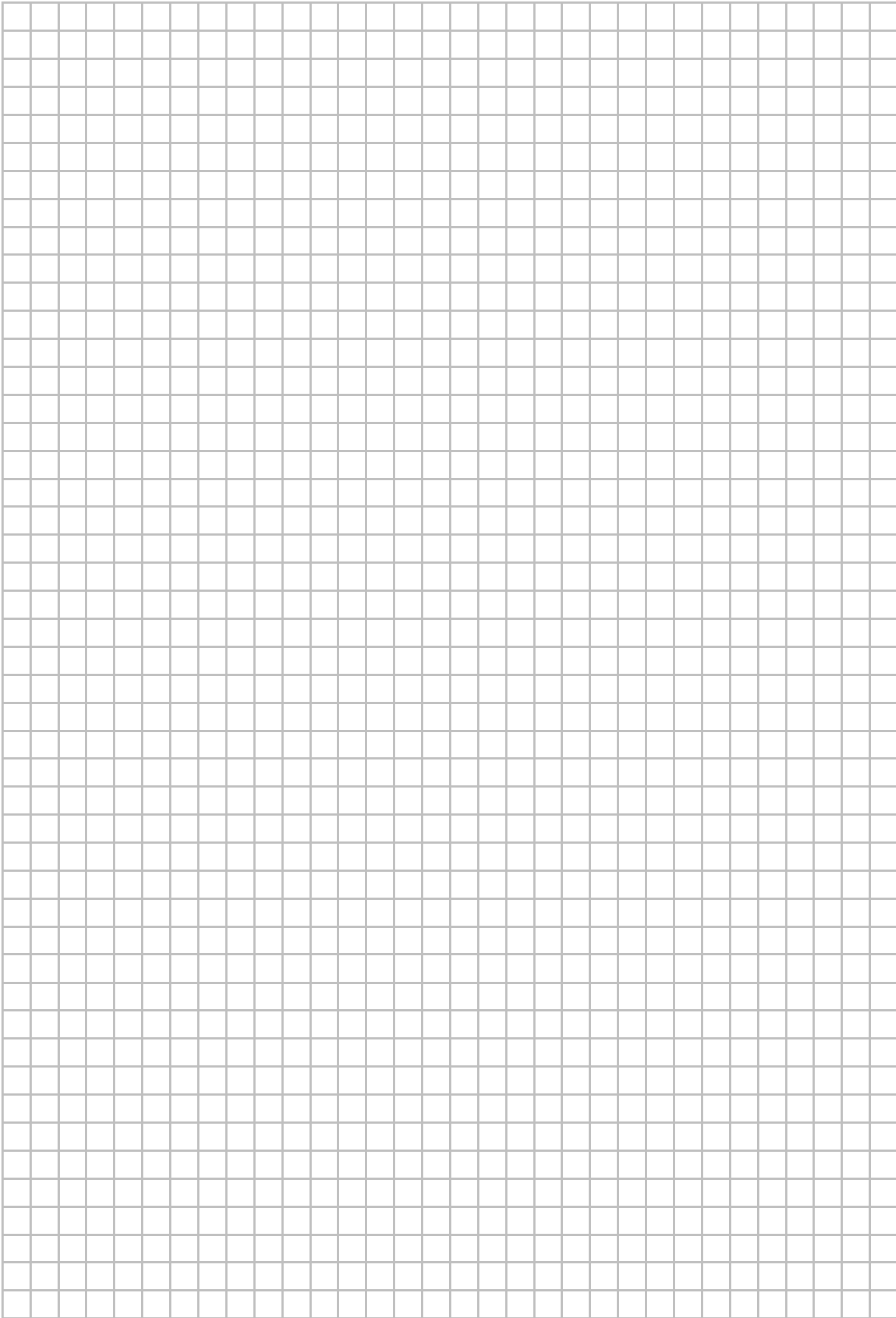
Dane są dwie urny z kulami. W każdej z urn jest siedem kul. W pierwszej urnie są jedna kula biała i sześć kul czarnych, w drugiej urnie są cztery kule białe i trzy kule czarne.

Rzucamy jeden raz symetryczną monetą. Jeżeli wypadnie reszka, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym przypadku – jedną kulę z drugiej urny.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy kulę białą w tym doświadczeniu, jest równe

- A.  $\frac{5}{14}$                       B.  $\frac{9}{14}$                       C.  $\frac{5}{7}$                       D.  $\frac{6}{7}$

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 5. (0–2)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$  wzorem  $a_n = \frac{(7p-1)n^3+5pn-3}{(p+1)n^3+n^2+p}$ ,

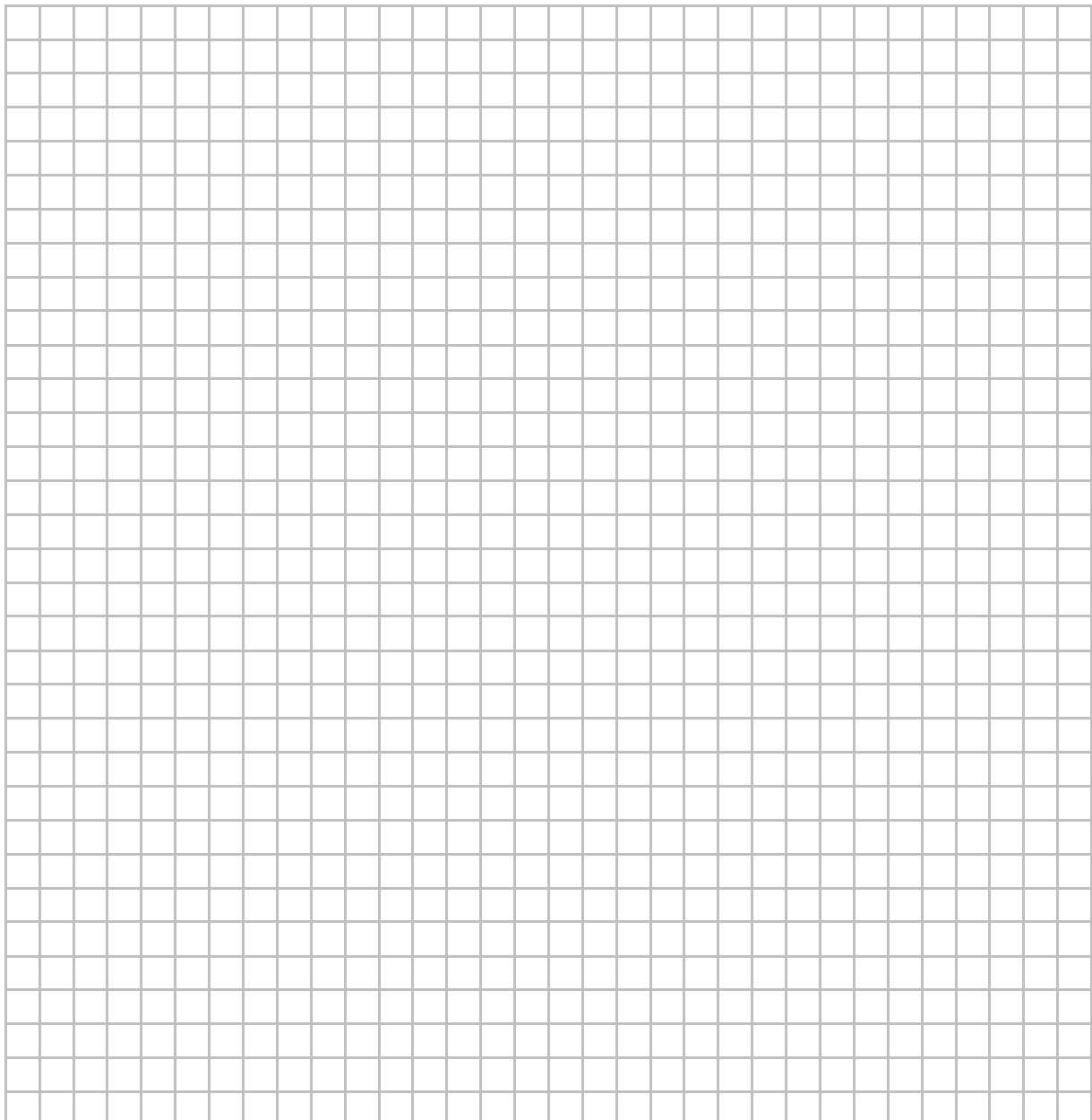
gdzie  $p$  jest liczbą rzeczywistą dodatnią.

Oblicz wartość  $p$ , dla której granica ciągu  $(a_n)$  jest równa  $\frac{4}{3}$ .

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą oraz третią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętznego otrzymanego wyniku.

--	--	--

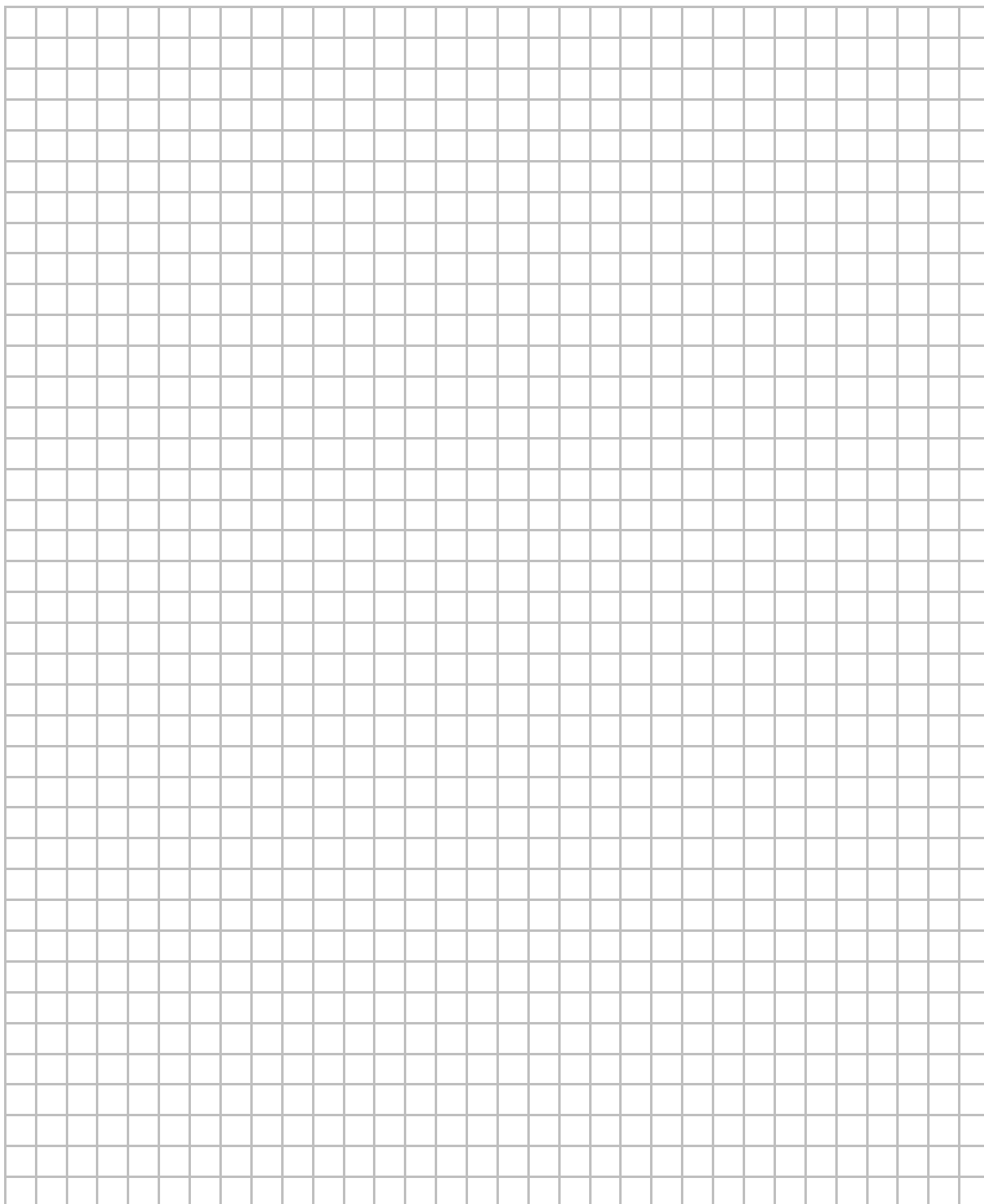
**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**



**Zadanie 6. (0–3)**

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  i dla każdej liczby rzeczywistej  $y$  takich, że  $2x > y$ , spełniona jest nierówność

$$7x^3 + 4x^2y \geq y^3 + 2xy^2 - x^3$$

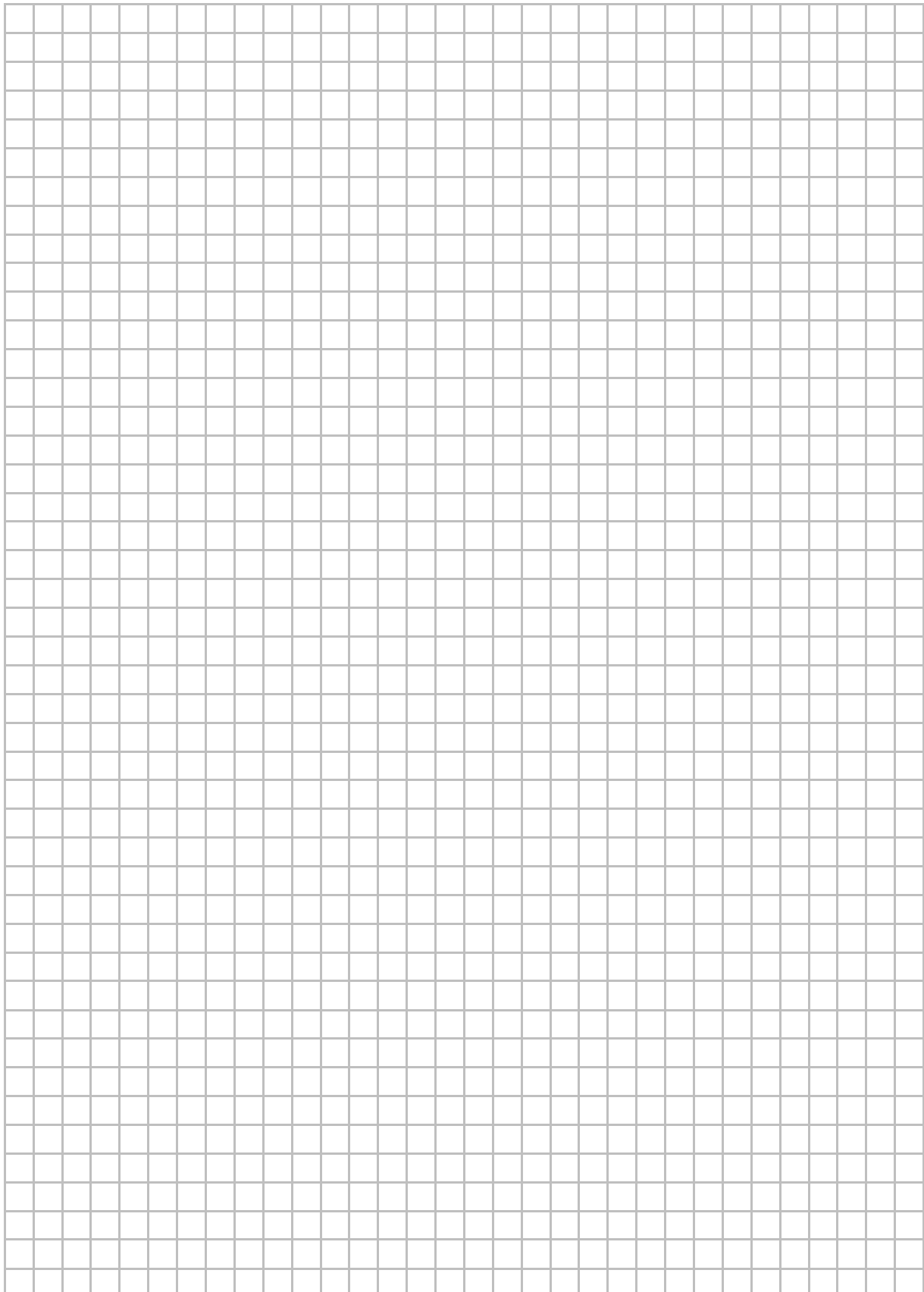


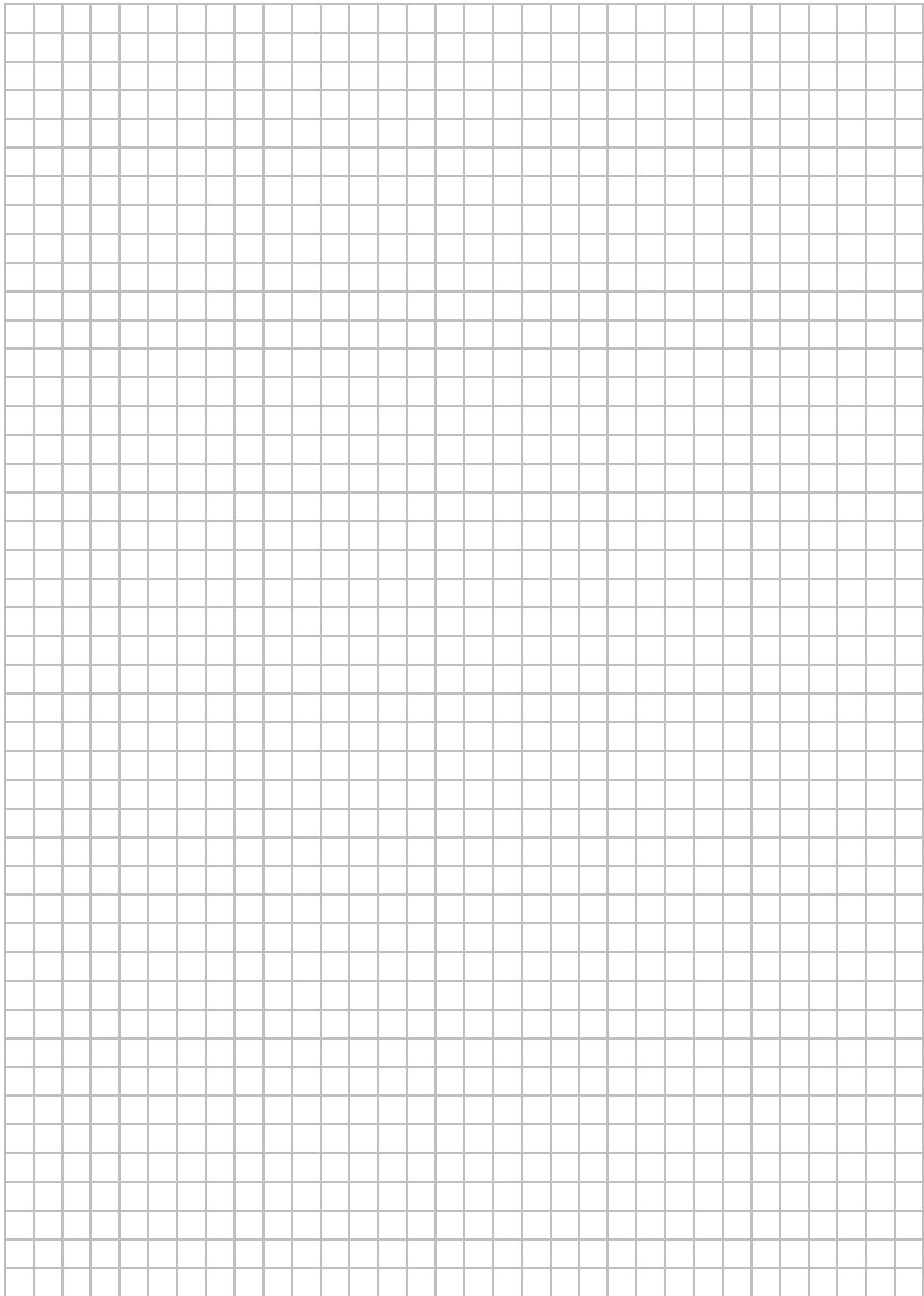
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 7. (0–3)**

Rozwiąż równanie:

$$|x - 3| = 2x + 11$$



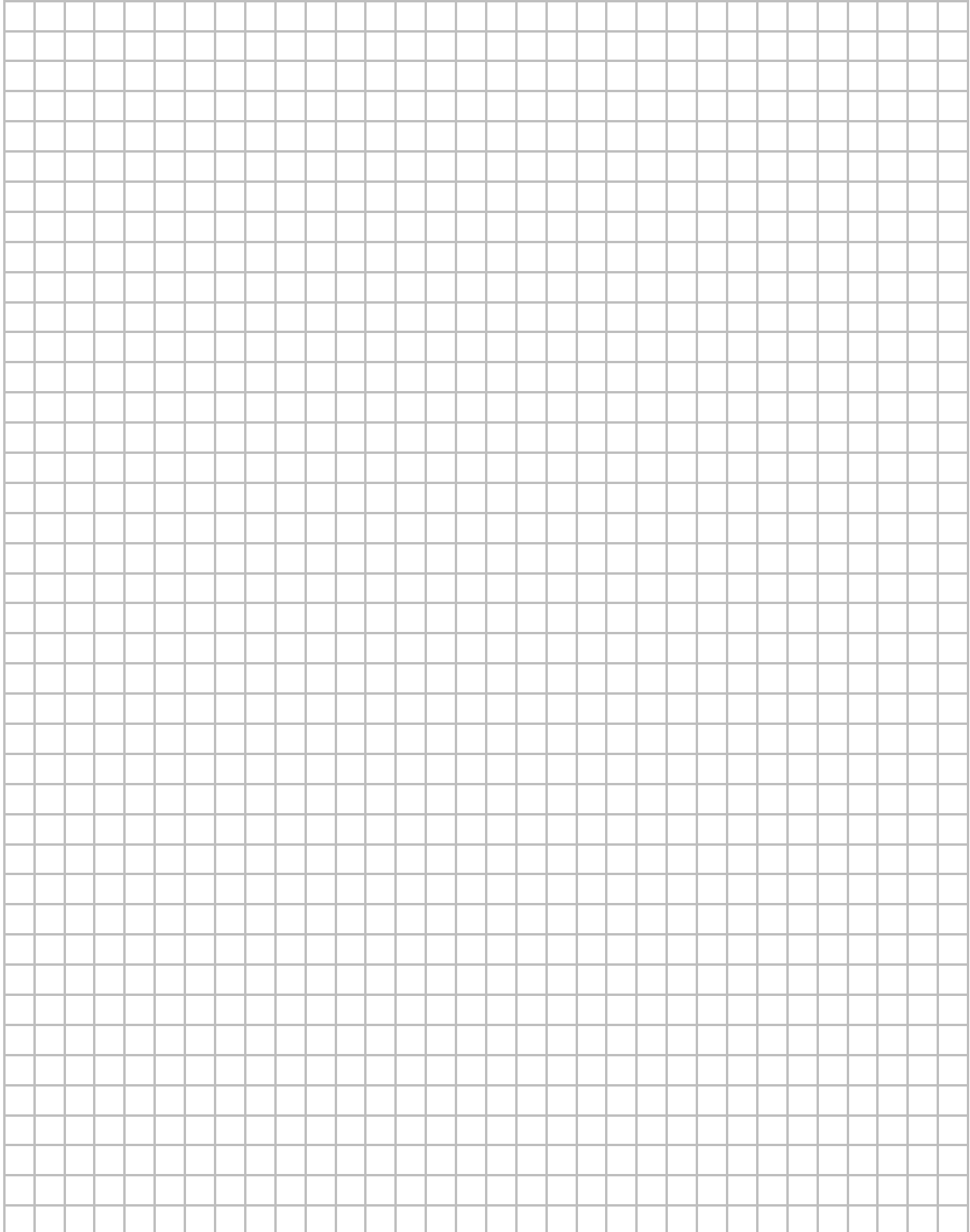


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

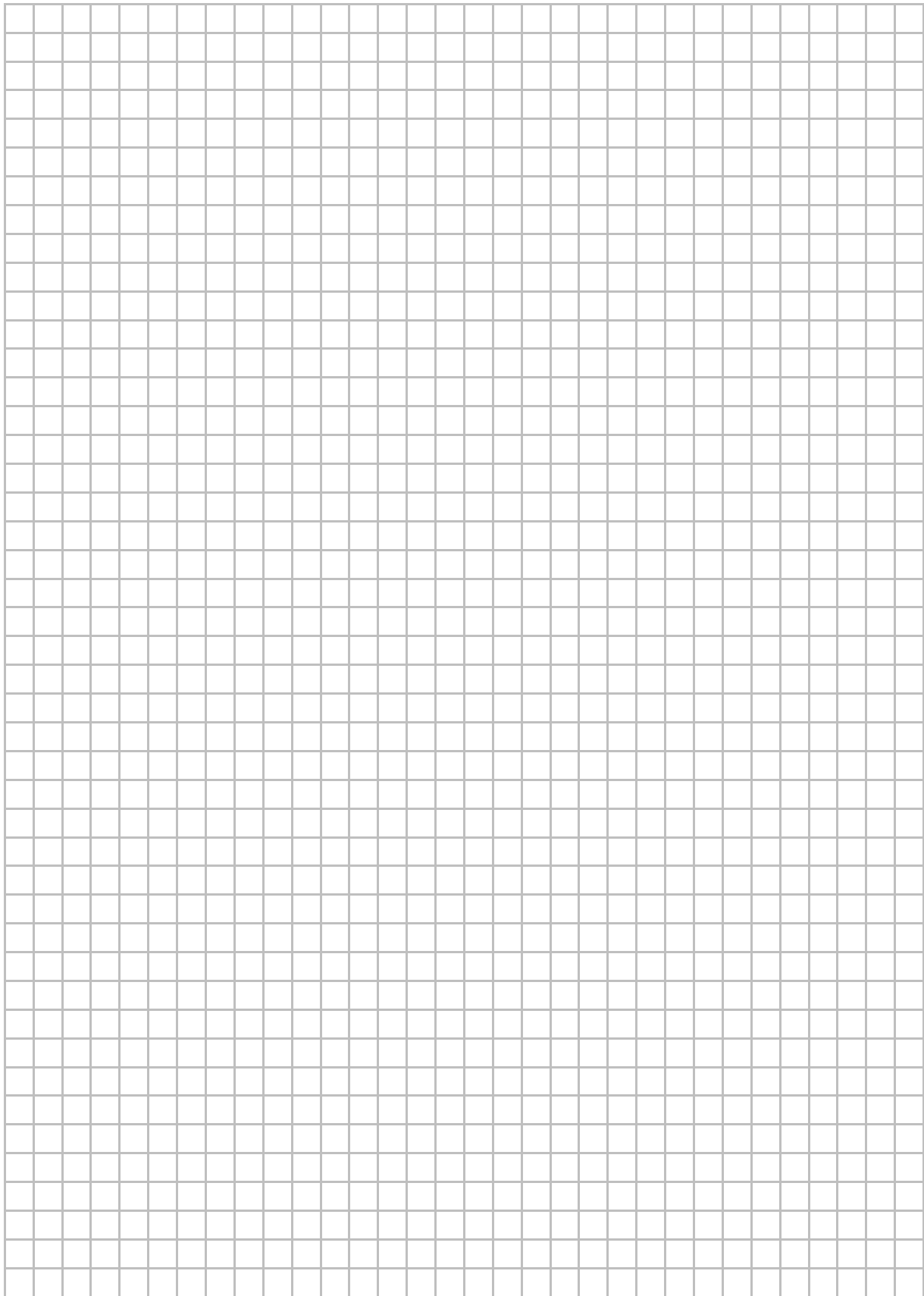
**Zadanie 8. (0–3)**

Punkt  $P$  jest punktem przecięcia przekątnych trapezu  $ABCD$ . Długość podstawy  $CD$  jest o 2 mniejsza od długości podstawy  $AB$ . Promień okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym  $CPD$  jest o 3 mniejszy od promienia okręgu opisanego na trójkącie  $APB$ .

Wykaż, że spełniony jest warunek  $|DP|^2 + |CP|^2 - |CD|^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot |DP| \cdot |CP|$ .





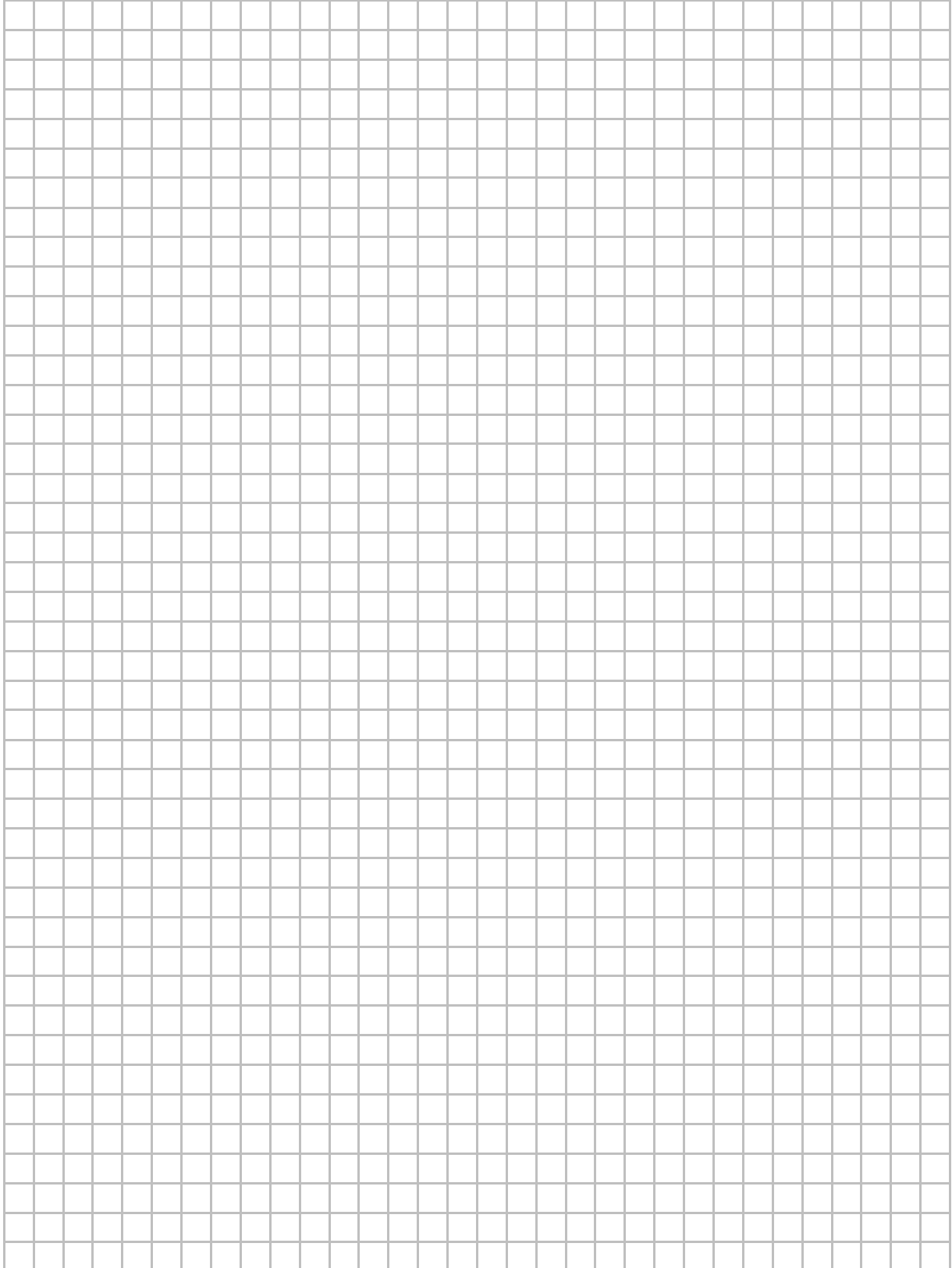


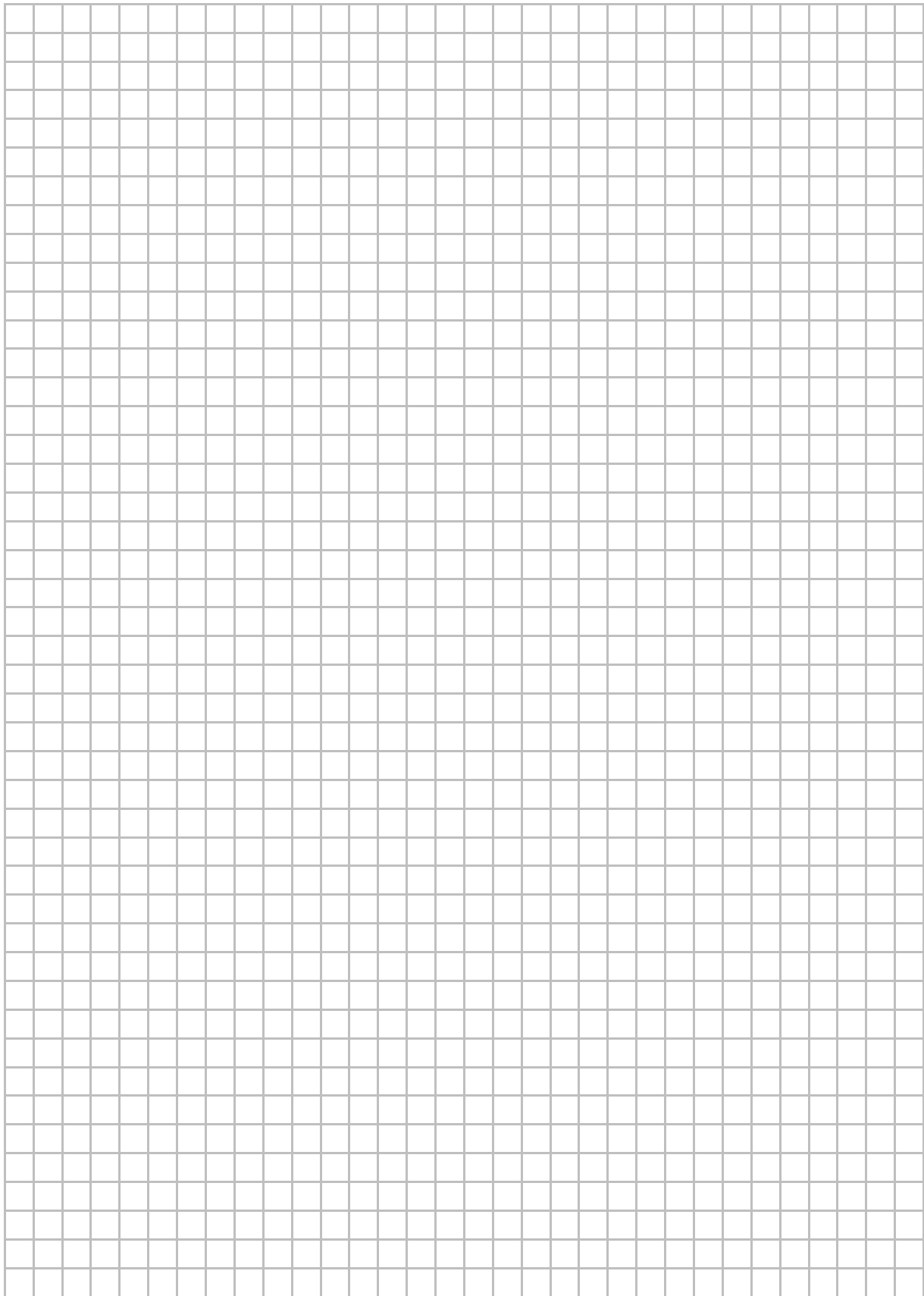
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 9. (0–4)**

Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x) = 4x^3 - 6x^2 - (5m + 1)x - 2m$  przez dwumian  $x + 2$  jest równa  $(-30)$ .

Oblicz  $m$  i dla wyznaczonej wartości  $m$  rozwiąż nierówność  $W(x) \geq 0$ .





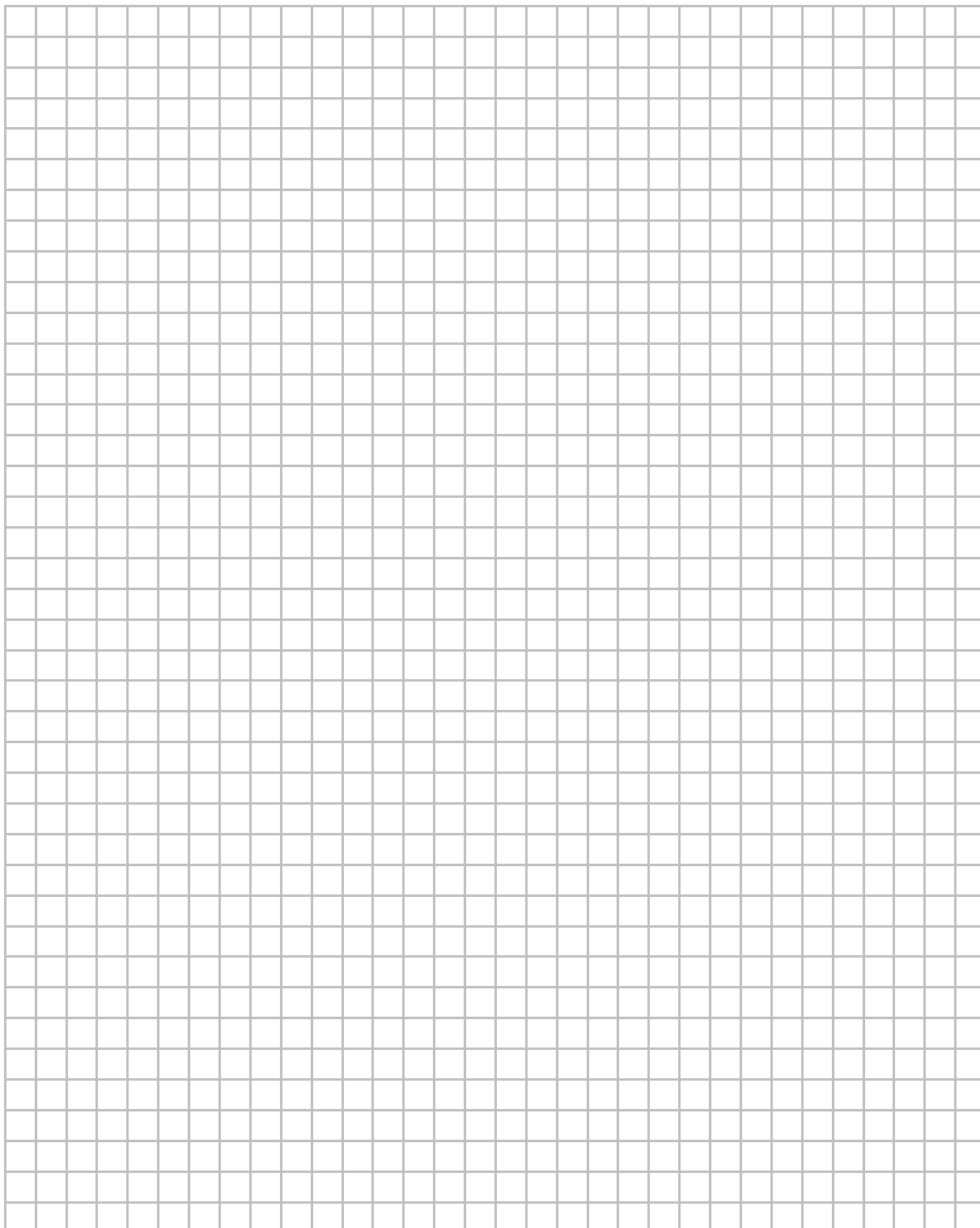
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

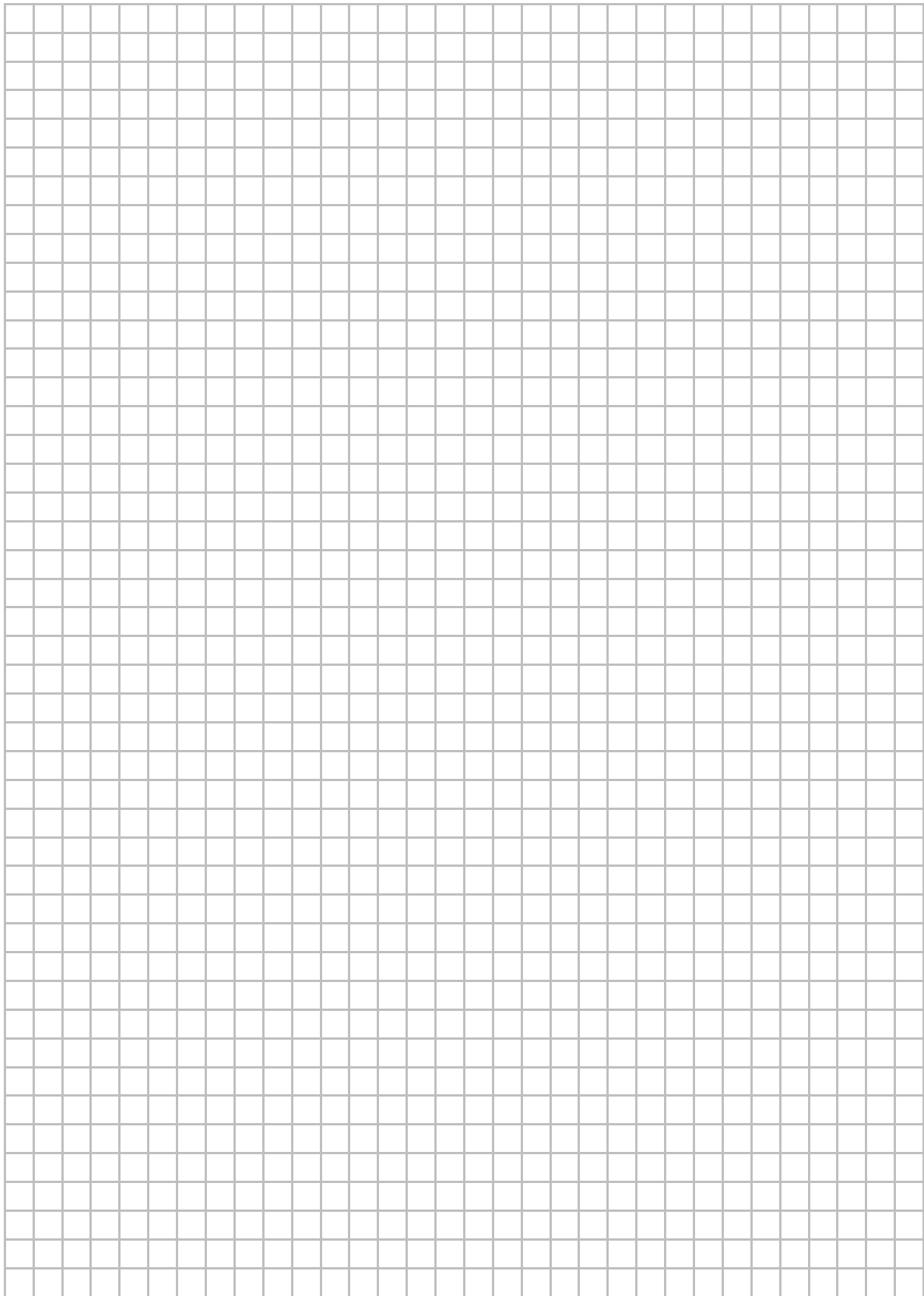
**Zadanie 10. (0–4)**

Ciąg  $(a_n)$ , określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ , jest geometryczny i ma wszystkie wyrazy dodatnie. Ponadto  $a_1 = 675$  i  $a_{22} = \frac{5}{4}a_{23} + \frac{1}{5}a_{21}$ .

Ciąg  $(b_n)$ , określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ , jest arytmetyczny.

Suma wszystkich wyrazów ciągu  $(a_n)$  jest równa sumie dwudziestu pięciu początkowych kolejnych wyrazów ciągu  $(b_n)$ . Ponadto  $a_3 = b_4$ . Oblicz  $b_1$ .

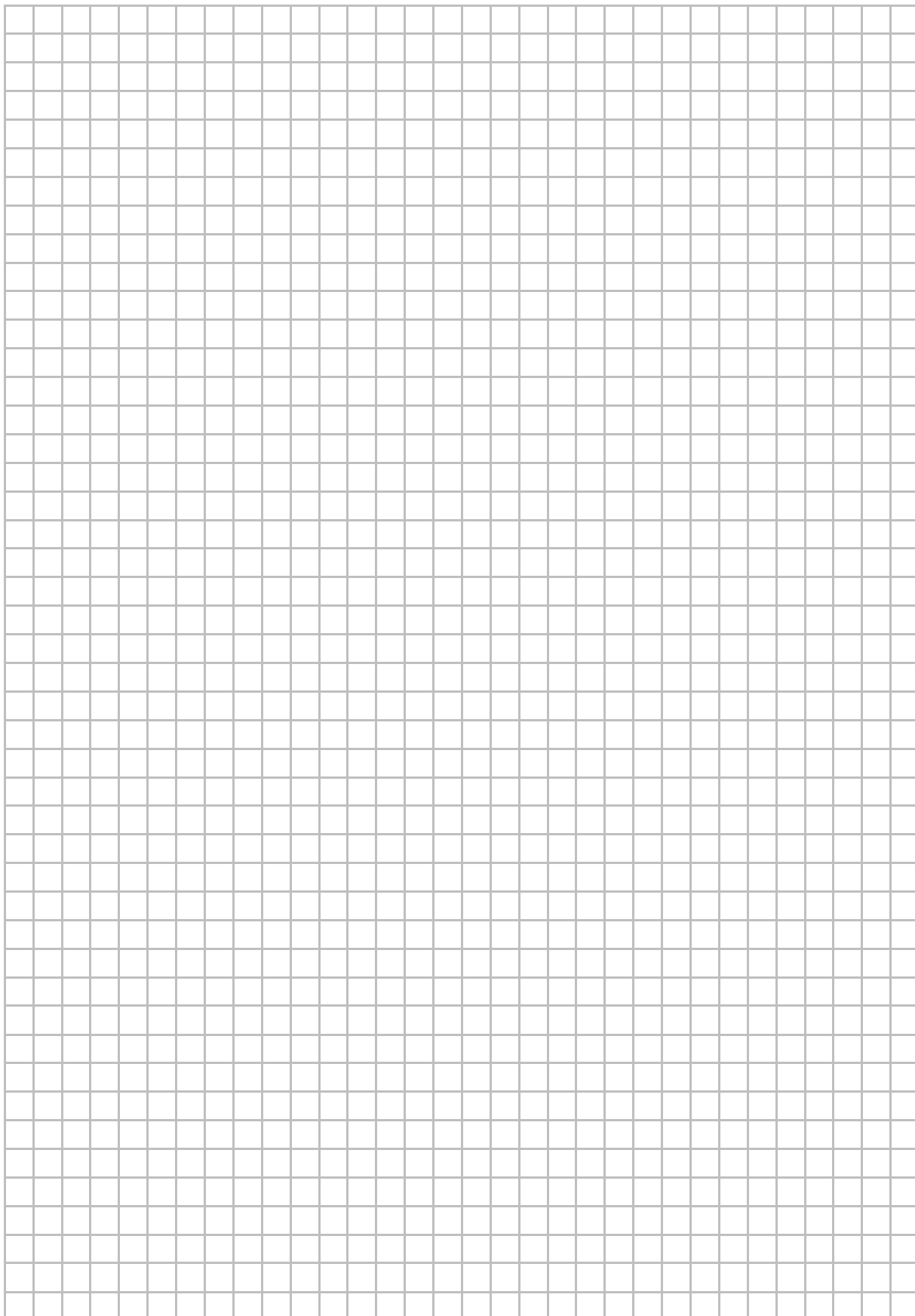


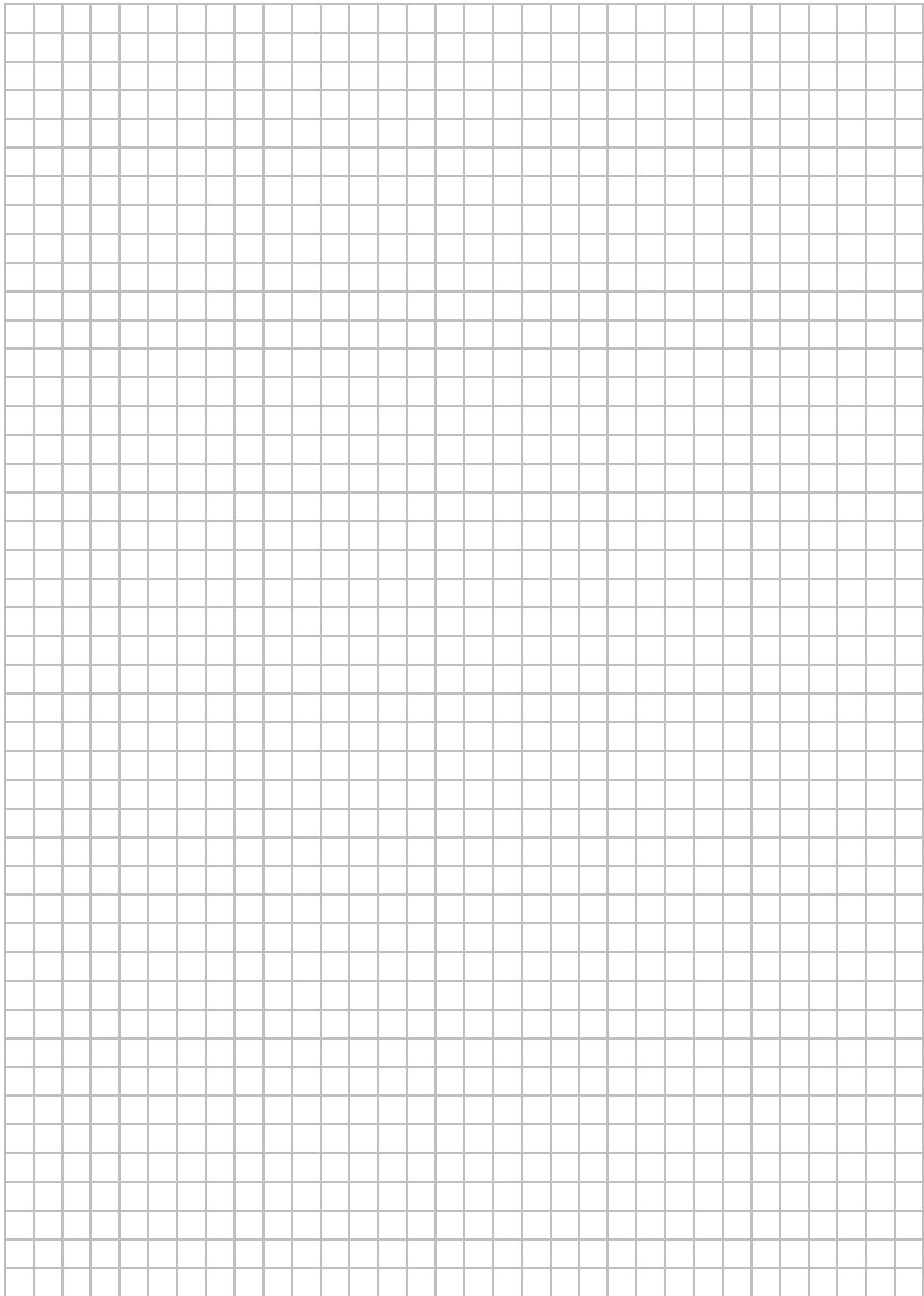


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 11. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .





<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

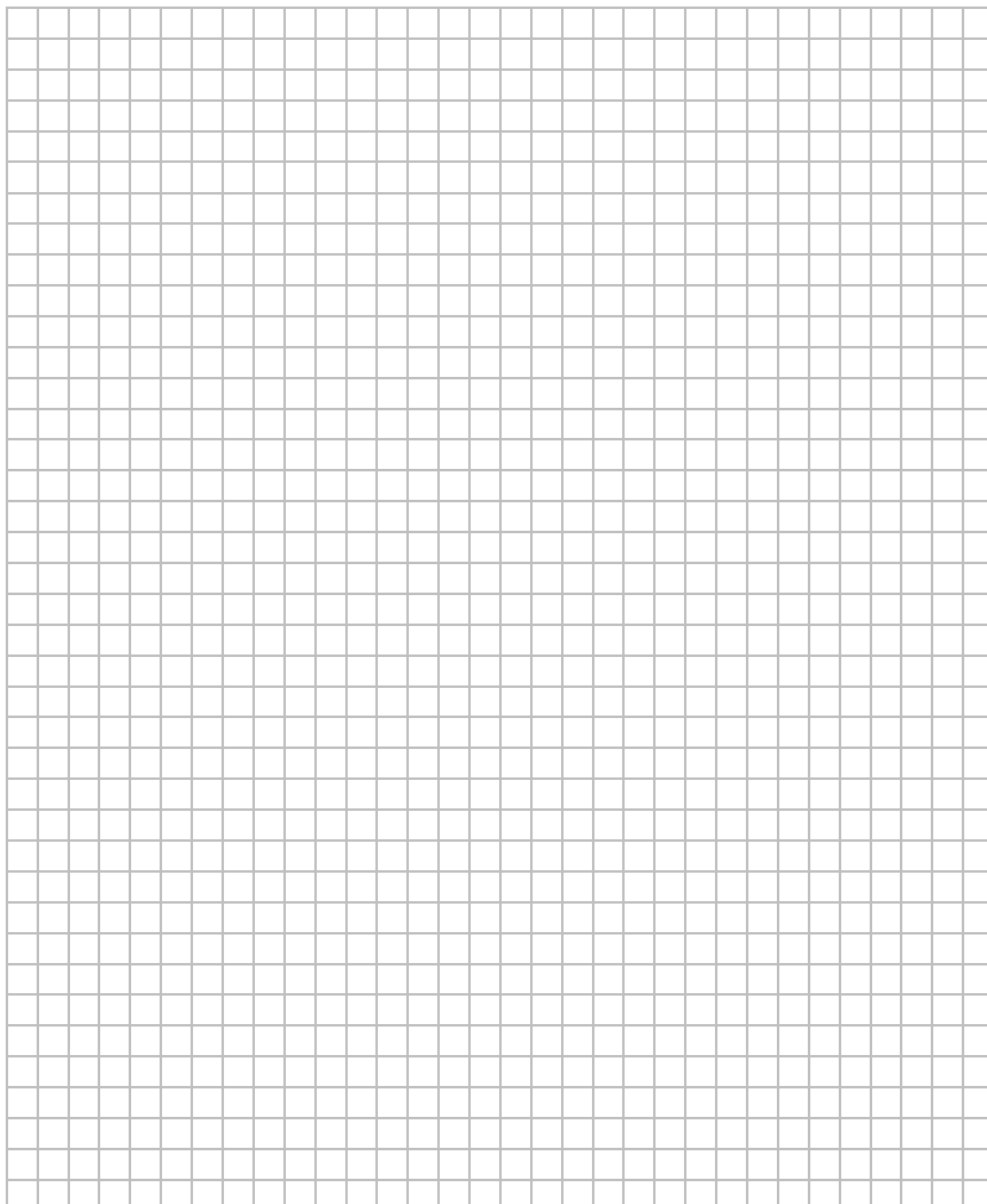
**Zadanie 12. (0–5)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

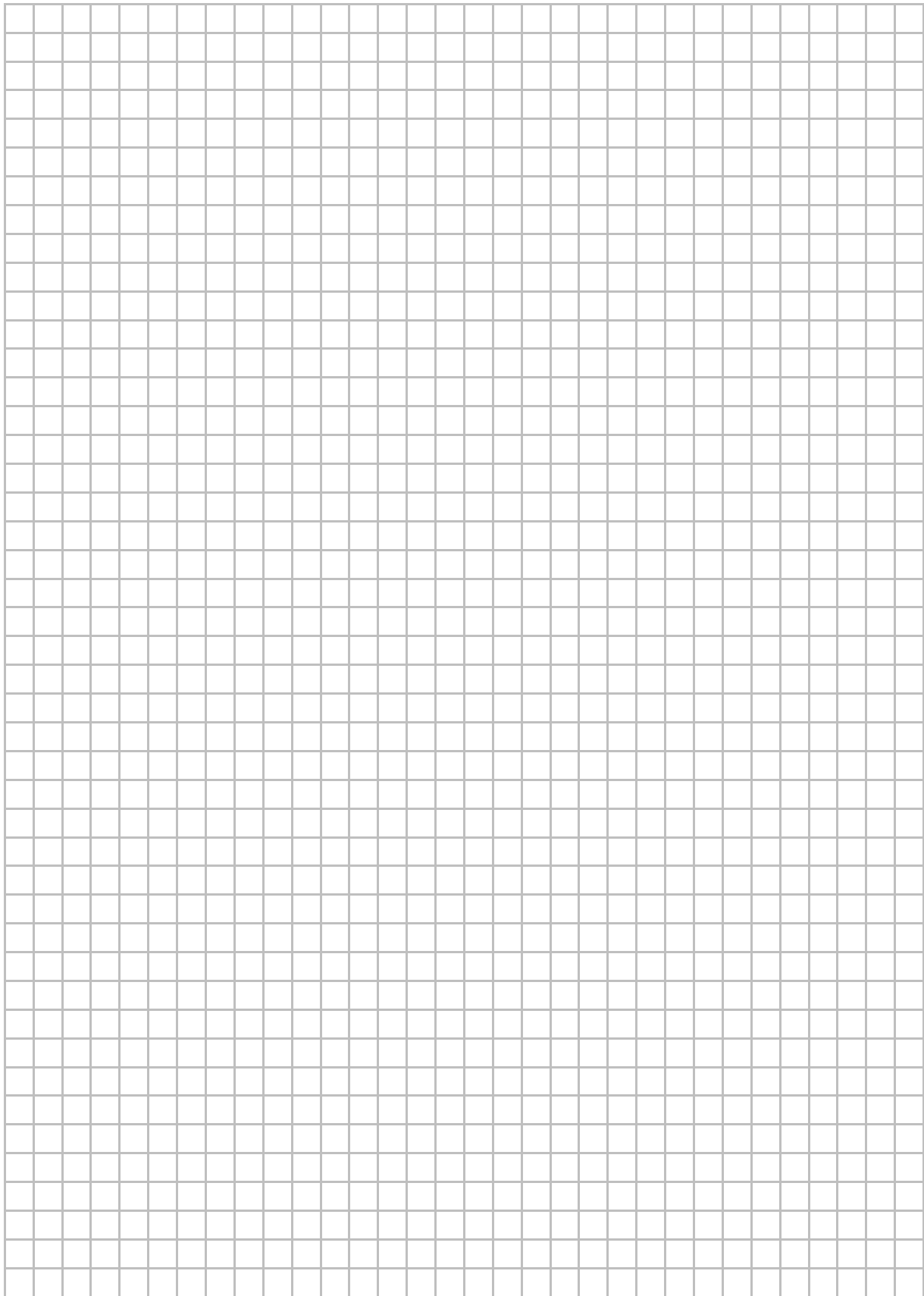
$$x^2 - (m + 1)x + m = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste  $x_1$  oraz  $x_2$ , spełniające warunki:

$$x_1 \neq 0, \quad x_2 \neq 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + 2 = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$



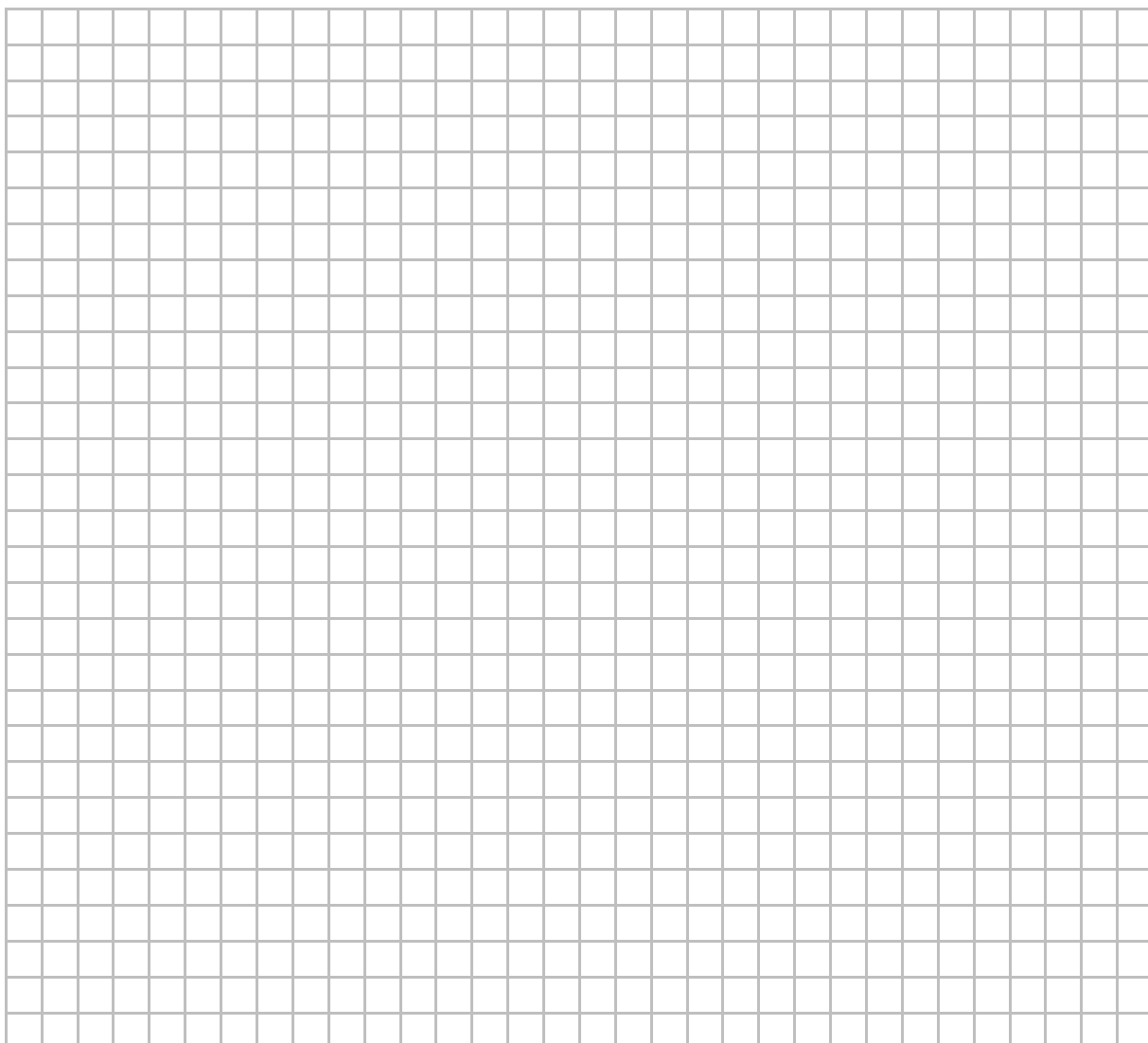
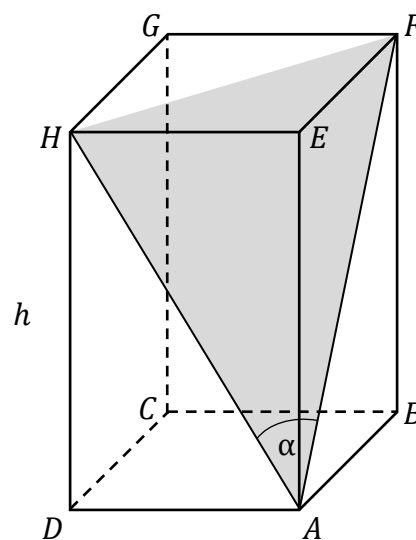


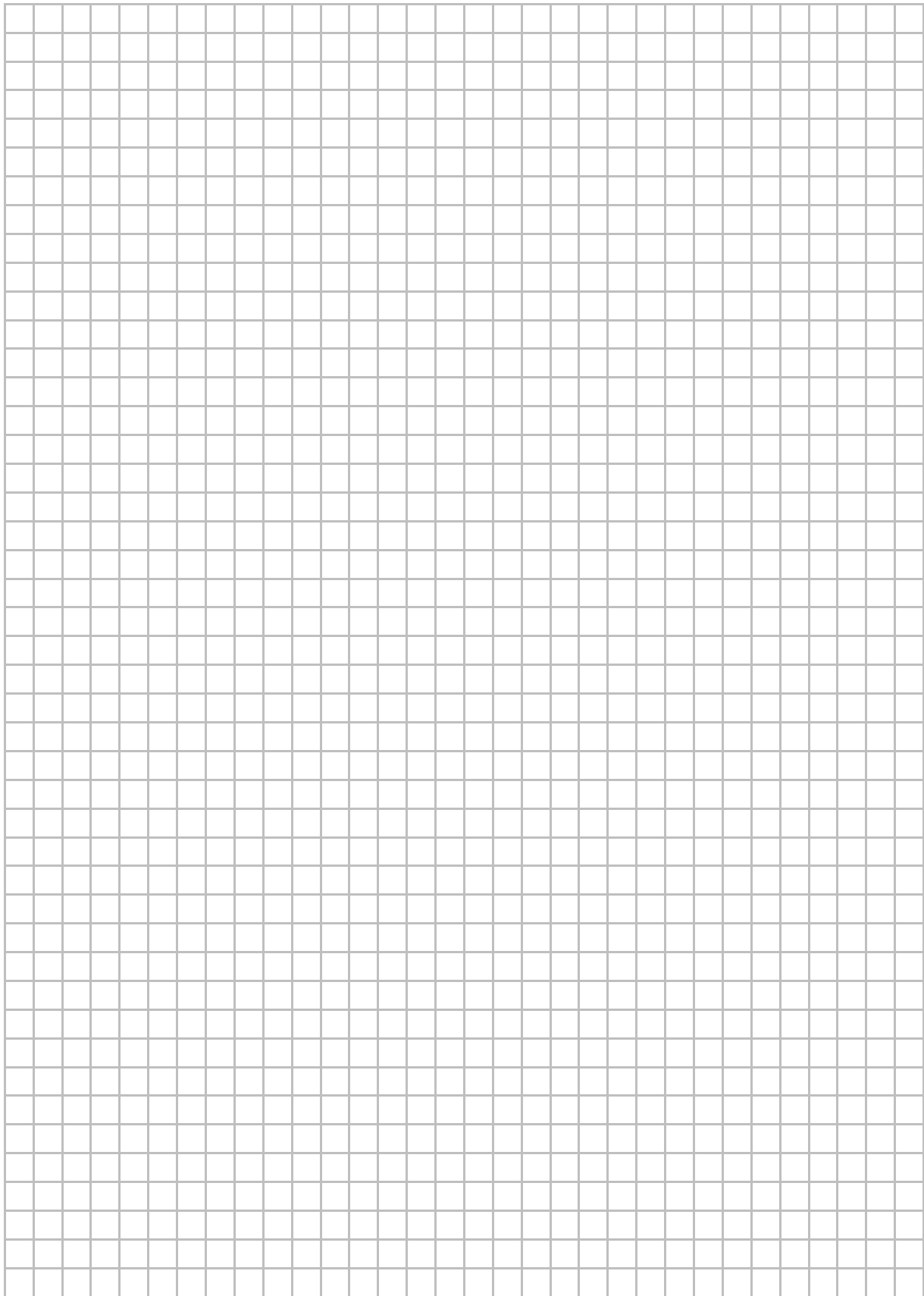


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 13. (0–5)**

Dany jest graniastosłup prosty  $ABCDEFGH$  o podstawie prostokątnej  $ABCD$ . Przekątne  $AH$  i  $AF$  ścian bocznych tworzą kąt ostry o mierze  $\alpha$  takiej, że  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  (zobacz rysunek). Pole trójkąta  $AFH$  jest równe 26,4. Oblicz wysokość  $h$  tego graniastosłupa.

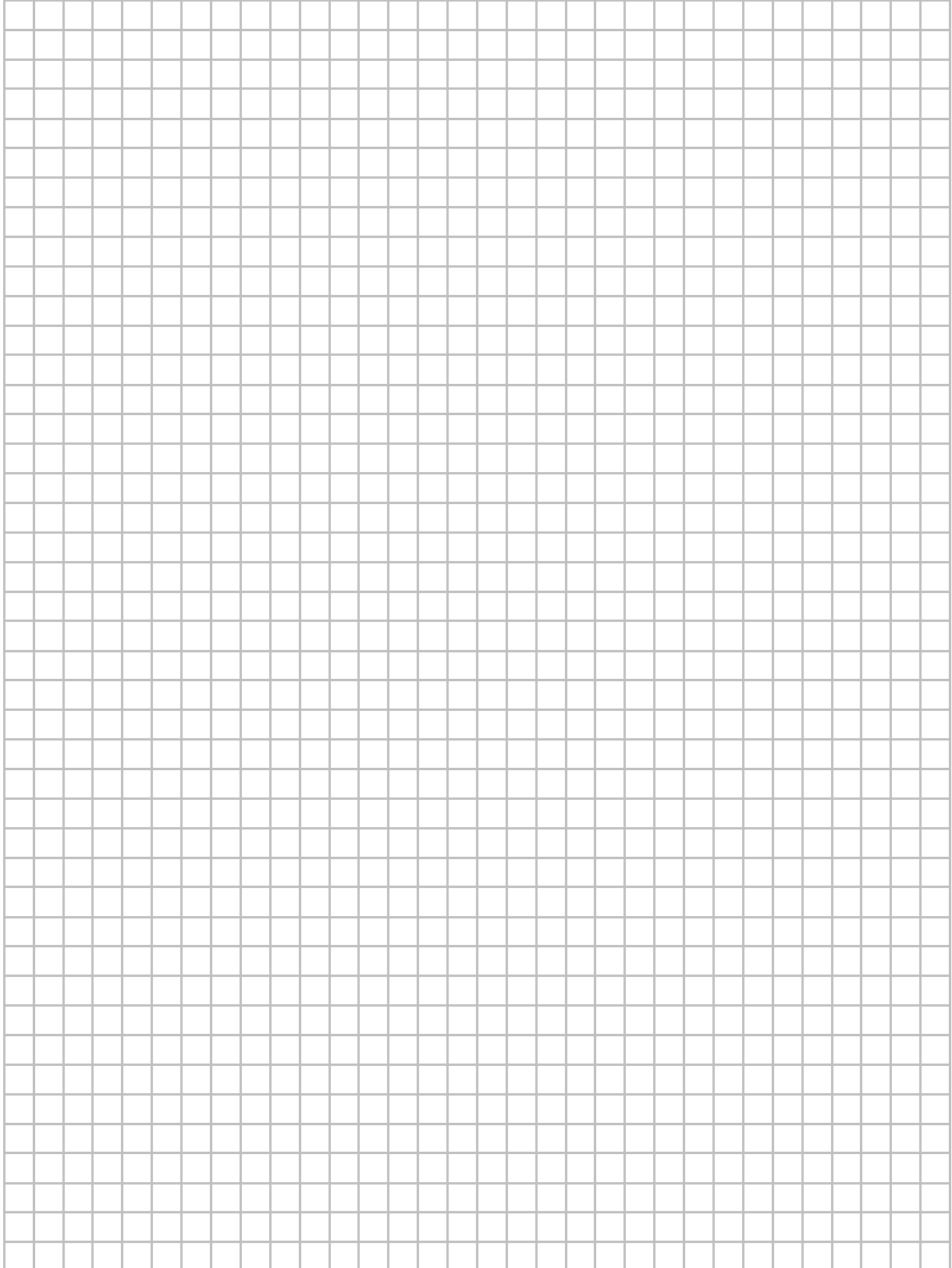


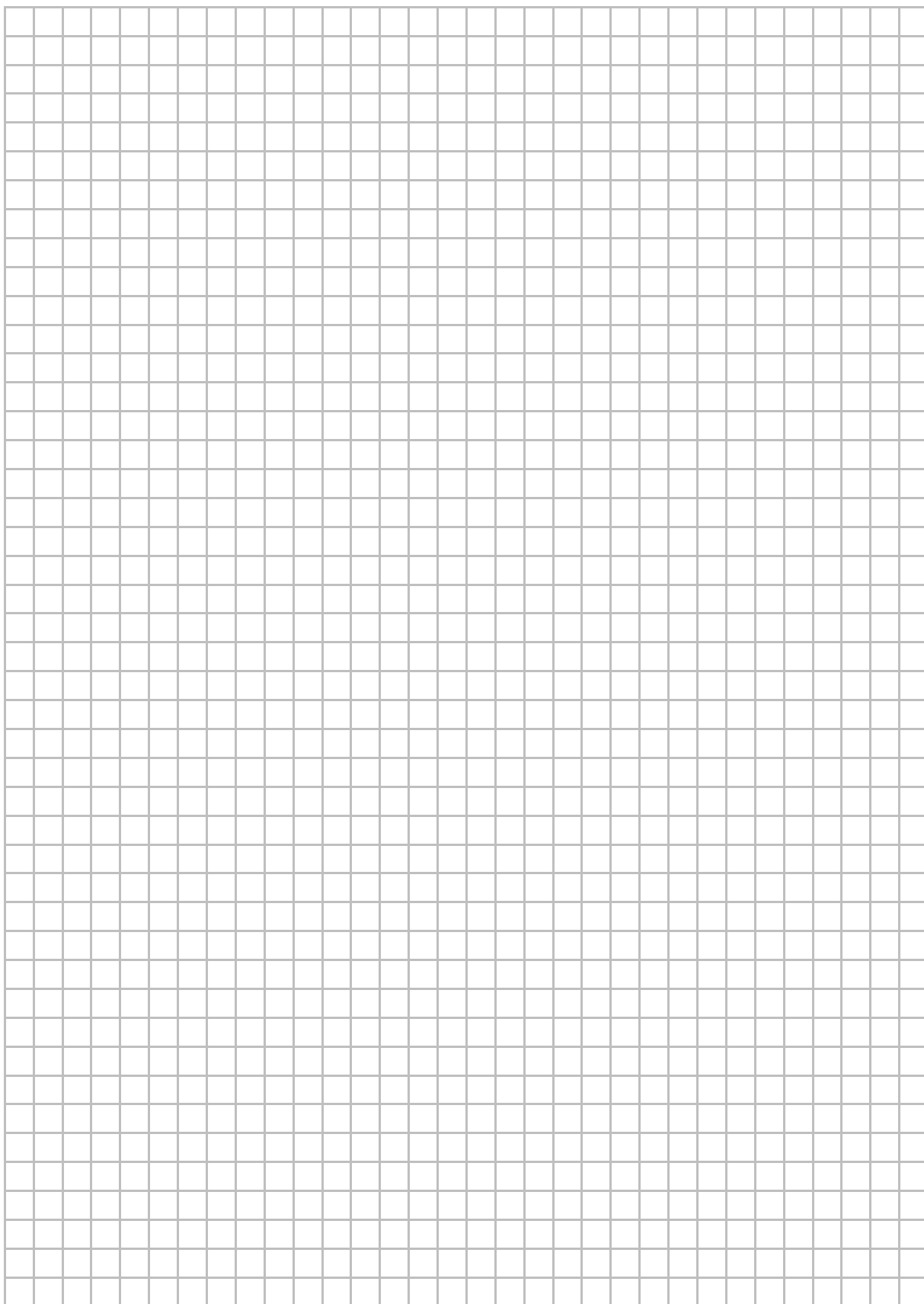


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–6)**

Punkt  $A = (-3, 2)$  jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ . Pole tego trójkąta jest równe 15. Bok  $BC$  zawarty jest w prostej o równaniu  $y = x - 1$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $B$  i  $C$  tego trójkąta.



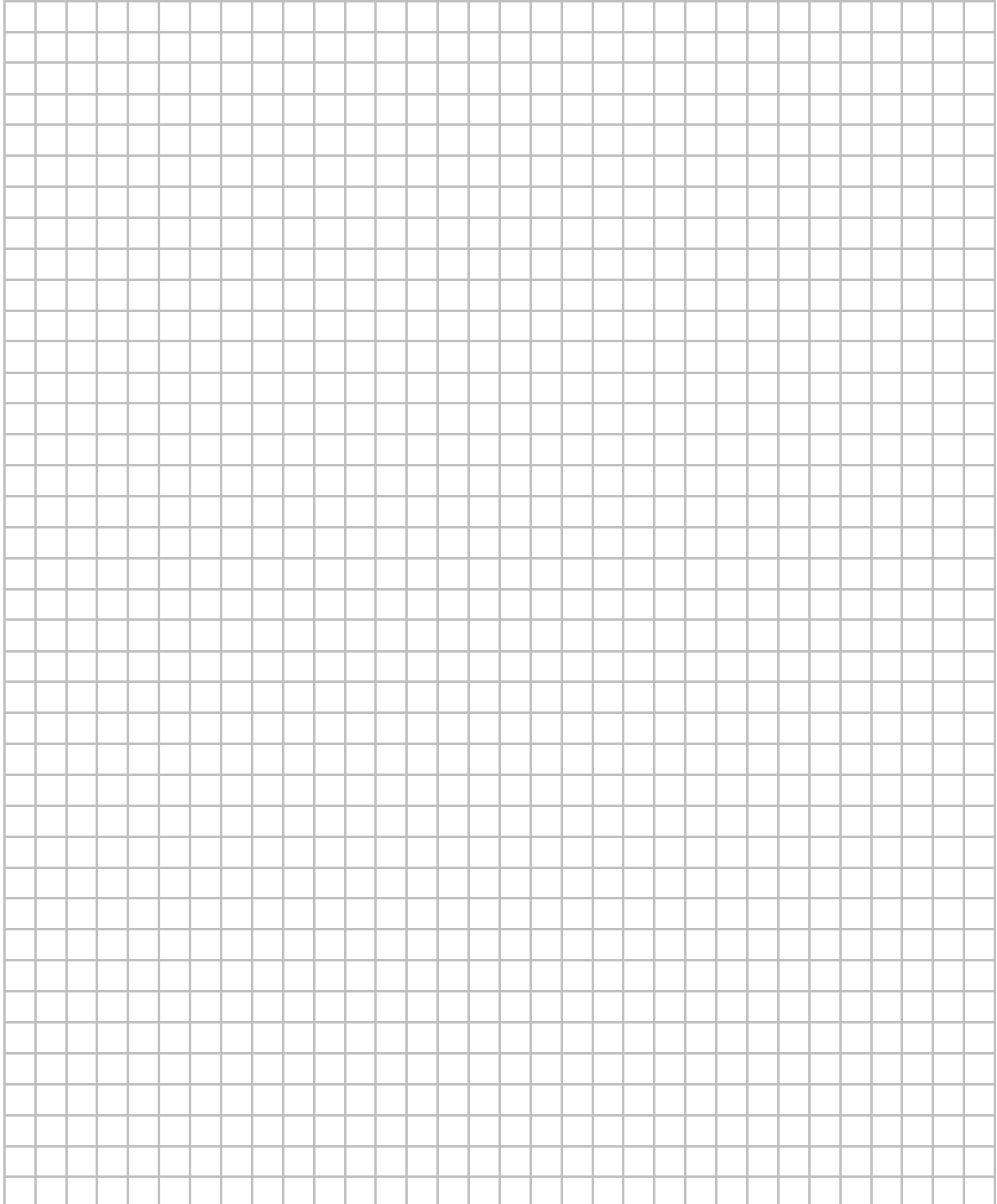


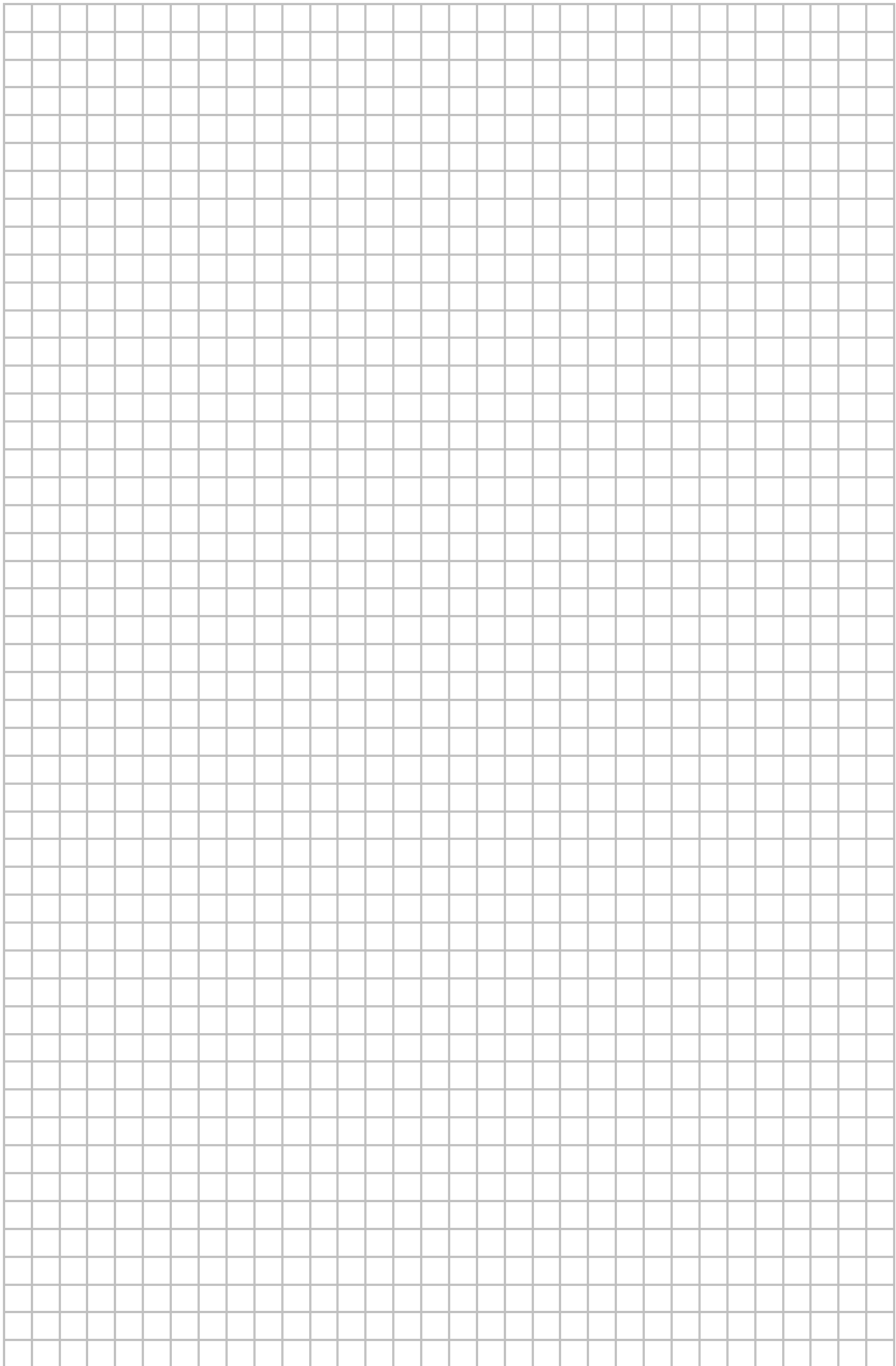
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

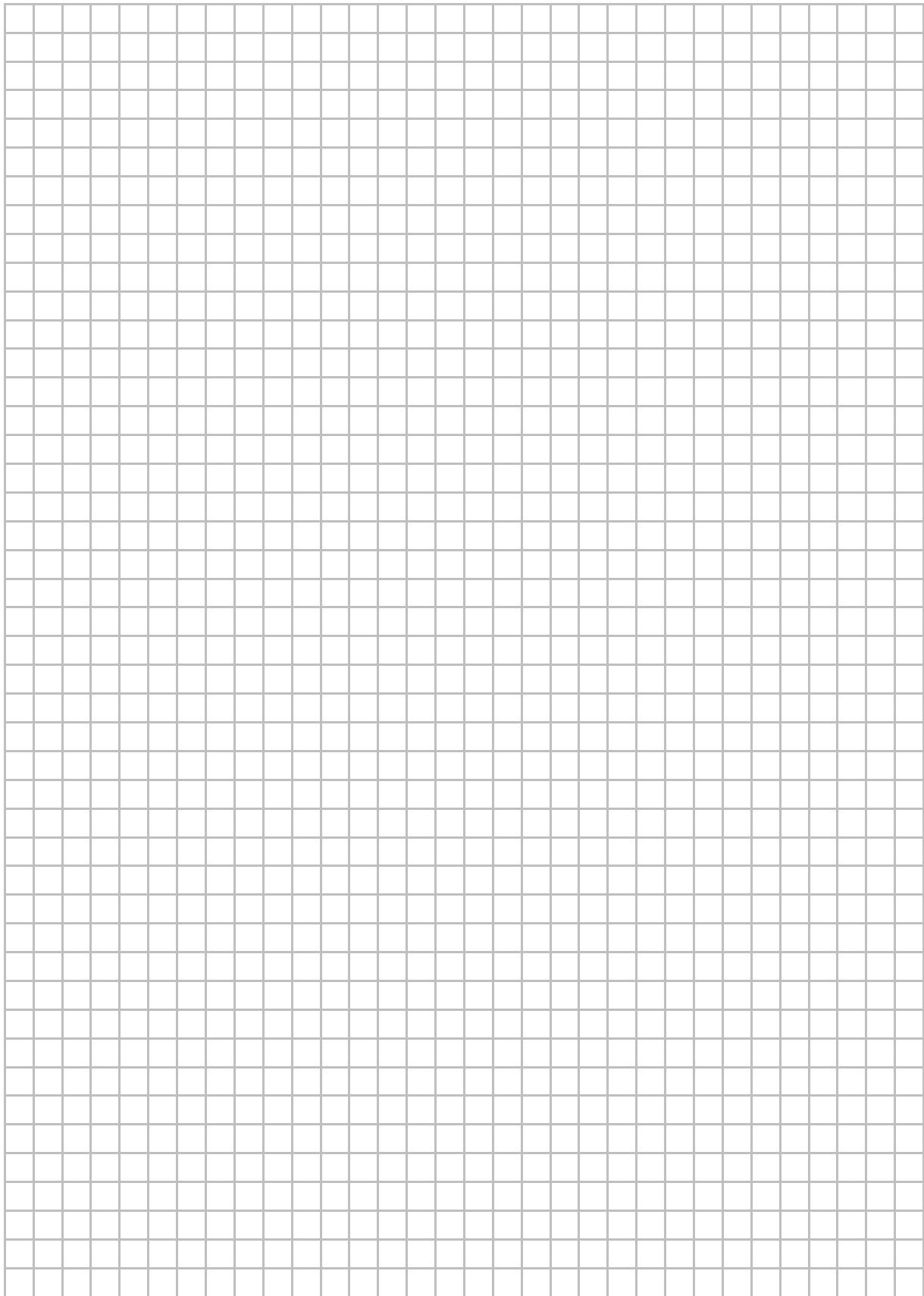
**Zadanie 15. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty równoramienne o obwodzie równym 18.

- a) Wykaż, że pole  $P$  każdego z tych trójkątów, jako funkcja długości  $b$  ramienia, wyraża się wzorem  $P(b) = \frac{(18-2b) \cdot \sqrt{18b-81}}{2}$ .
- b) Wyznacz dziedzinę funkcji  $P$ .
- c) Oblicz długości boków tego z rozpatrywanych trójkątów, który ma największe pole.







<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	



**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

